A eficácia descabida da matemática nas ciências naturais

Eugene P. Wigner
Universidade de Princeton
Traduzido por Marcelo Papini.

> "e é provável que aqui se encontre algum segredo que espera por ser desvendado." (C. S. Peirce)

Existe uma anedota acerca de dois amigos, outrora colegas no curso secundário, que conversavam acerca de seus empregos. Um deles tornou-se um estatístico e estava trabalhando com tendências de populações. Mostrando a seu antigo colega uma cópia de um artigo, que, como é habitual, iniciava com a distribuição gaussiana, explicava-lhe o significado dos símbolos de população atual, população média etc. Seu colega mostrava-se um pouco incrédulo como se suspeitasse de que o estatístico estivesse troçando dele. "Como pode saber disso?" era sua objeção. "E que significa este símbolo aqui?" "Ah," disse o estatístico, "isso é π." "Que é isso?" "A razão do comprimento da circunferência de um círculo para o seu diâmetro." "Pois é, agora você está levando a brincadeira muito longe," disse o colega, "certamente que a população nada tem que ver com a circunferência do círculo."

Naturalmente que estamos inclinados a sorrir com a simplicidade da abordagem do colega. Todavia, quando escutei essa anedota, tive que consentir em um sentimento de estranheza porque, certamente, a reação do colega denunciava apenas o puro senso comum. Fiquei ainda mais confuso, após poucos dias, quando alguém se achegou de mim, exprimindo sua perplexidade [a] por fazermos uma escolha assaz restrita dos dados com os quais verificamos nossas teorias. "Como sabemos que, se construíssemos uma teoria fundamentada nos fenômenos que desconsideramos e que ignorasse alguns dos fenômenos a que ora damos atenção, não poderíamos elaborar outra teoria que pouco tivesse em comum com a teoria vigente mas que, não obstante, explicasse tantos fenômenos quantos a teoria vigente explica?" Temos que admitir que não dispomos de evidência definitiva de que não exista uma tal teoria.

As duas anedotas anteriores ilustram os dois pontos principais que constituem o tema da presente palestra. O primeiro ponto é que os conceitos matemáticos se revelam em conexões inteiramente inesperadas. Além disso, freqüentemente permitem uma descrição imprevistamente próxima e acurada dos fenômenos conectados. Em segundo lugar, justamente por causa dessa circunstância e porque não entendemos as razões de sua utilidade, não podemos saber se uma teoria formulada mediante conceitos matemáticos é unicamente apropriada. Encontramo-nos em situação similar à de uma pessoa que, dispondo de um molho de chaves e tendo de abrir sucessivamente várias portas, sempre acertava, na chave da primeira ou da segunda tentativa. Ela ficou descrente de que houvesse unicidade de correspondência entre chaves e portas.

Não será novidade a maior parte do que diremos acerca dessas questões. Provavelmente terá ocorrido, de uma ou outra forma, à maior parte dos cientistas. Meu principal objetivo é ilustrá-la de várias lados. O primeiro ponto é que a enorme utilidade da matemática nas ciências naturais chega a ser misteriosa e que não existe explicação racional para isso. Em segundo lugar, é justamente essa estranha utilidade dos conceitos matemáticos que suscita a questão da unicidade de nossas teorias físicas. A fim de assentar o primeiro ponto, de que a matemática desempenha na física um papel descabidamente importante, será útil dizer algumas palavras sobre a pergunta "Que é a matemática?", em seguida sobre a pergunta "Que é a física?" então sobre como a matemática se insere nas teorias físicas e, finalmente, por que o bom êxito da matemática em sua função na física parece tão desconcertante. Dir-se-á muito pouco acerca do segundo ponto: a unicidade das teorias físicas. Uma resposta adequada a essa questão exigiria elaborar trabalhos experimentais e teóricos que não foram empreendidos até agora.

Que é a matemática?

Certa vez alguém asseverou que a filosofia é o abuso de uma nomenclatura que foi inventada justamente com esse objetivo [(b)]. No mesmo estilo, eu diria que a matemática é a ciência das operações engenhosas com conceitos e segundo regras inventadas justamente com esse objetivo. A ênfase principal é na invenção dos conceitos.

Cedo acabariam os teoremas interessantes da matemática, se esses tivessem de ser formulados nos termos dos conceitos que já aparecem nos axiomas. Além disso, enquanto é indiscutivelmente verdadeiro que os conceitos da matemática elementar e particularmente da geometria elementar foram formulados para descrever entidades que são sugeridas diretamente pelo mundo real, o mesmo não parece ser verdadeiro no tocante aos conceitos mais avançados, em particular, aos conceitos que desempenham um papel tão importante em física. Assim, as regras de operações com pares de números são obviamente projetadas para fornecer os mesmos resultados obtidos mediante operações com frações, as quais aprendemos primeiro, sem referência aos "pares de números". As leis de operações com seqüências, isto é, com números irracionais, ainda pertencem à categoria de regras que assim foram instituídas para reproduzir as regras de operações com quantidades que já nos eram conhecidas. Muitos conceitos matemáticos mais avançados, tais como números complexos, álgebras, operadores lineares, conjuntos de Borel - e essa lista poderia ser continuada quase indefinidamente - foram excogitados de tal modo que os matemáticos pudessem demonstrar seu engenho e seu senso de beleza formal. De fato, a definição desses conceitos, com a compreensão de que considerações interessantes e engenhosas se poderiam aplicar a eles, é a primeira demonstração do engenho dos matemáticos que os definiram. A profundidade de pensamento despendida na formação dos conceitos matemáticos é justificada posteriormente pela perícia com que eles são usados. O grande matemático explora inteiramente, quase impiedosamente, o domínio dos raciocínios toleráveis e contorna os inadmissíveis. Que essa temeridade não o conduza a um pântano de contradições constitui em si mesmo um milagre: certamente, é difícil acreditar que nossa capacidade de raciocinar foi conduzida, pelo processo da seleção natural de Darwin, à perfeição que parece possuir. Contudo, não é esse nosso tema de discussão. O ponto principal, que terá de ser revocado mais tarde, é que o matemático poderia formular somente um punhado de teoremas interessantes sem definir conceitos além dos contidos nos axiomas e que os conceitos outros que os contidos nos axiomas são definidos de modo que se possam efetuar operações lógicas engenhosas que invoquem nosso senso estético tanto como operações como também em seus resultados de grande generalidade e simplicidade [c].

Os números complexos oferecem um exemplo particularmente notável do que foi dito. Certamente, nada em nossa experiência sugere a introdução dessas grandezas. De fato, se um matemático for chamado a justificar o seu interesse em números complexos, ele apontará, um pouco indignado, uma variedade de belos teoremas na teoria das equações, das séries de potências e das funções analíticas em geral, os quais devem a origem à introdução dos números complexos. O matemático não está disposto a renunciar ao seu interesse nessas mais belas realizações de seu gênio [d].

Que é a física?

O físico está interessado em descobrir as leis da natureza inanimada. A fim de entender esse asserto, é necessário analisar o conceito de "lei da natureza".

O mundo em que vivemos apresenta uma complexidade desconcertante e o fato mais óbvio a seu respeito é que não podemos prever o futuro. Embora o gracejo atribua apenas ao otimista a opinião de que o futuro é incerto, nesse caso, o otimista tem razão: o futuro é imprevisível. Como observou Schrödinger, é um milagre que, a despeito da complexidade desconcertante do mundo, possamos descobrir algumas regularidades no curso dos eventos [1]. Uma dessas regularidades, desvendada por Galilei, é que duas pedras, largadas ao mesmo tempo da mesma altura, alcançam o solo ao mesmo tempo. As leis da natureza referem-se a tais regularidades. A regularidade de Galilei é um protótipo de uma classe ampla de regularidades. É uma regularidade surpreendente por três motivos:

O primeiro motivo de surpresa é que isso é verdadeiro não apenas em Pisa e na época de Galilei mas que é verdadeiro em qualquer lugar da Terra, que foi verdadeiro e que sempre o será. Essa propriedade da regularidade é uma reconhecida propriedade de invariância e, como já referi em outra ocasião [2], a física não seria possível na ausência de princípios de invariância similares àqueles implicados na generalização da observação de Galilei. O segundo aspecto surpreendente é que a regularidade que estamos discutindo é independente de uma multiplicidade de condições que poderiam ter algum efeito sobre ela. É válida, quer chova ou faça sol, quer o experimento seja conduzido em uma sala ou na Torre Inclinada, não importando se é homem ou mulher a pessoa que deixe as pedras caírem. É válida, ainda que as pedras sejam soltas, simultaneamente e da mesma altura, por duas pessoas distintas. Obviamente, existem inúmeras outras condições que são irrelevantes quanto à validade da regularidade de Galilei. A irrelevância de tantas circunstâncias que *poderiam* desempenhar um papel no fenômeno observado também foi denominada invariância [2]. Todavia, essa é uma invariância de caráter distinto da precedente, porque não pode ser formulada como um princípio geral. A exploração das condições que exercem ou não influência sobre um fenômeno é parte da exploração experimental preliminar de um campo. São a perícia e a engenhosidade do experimentador que lhe mostram fenômenos que dependem de um conjunto relativamente exíguo de condições as quais se podem realizar e replicar com relativa facilidade [e]. A esse respeito, o passo mais importante no caso referido foi a restrição de Galilei em observar corpos relativamente pesados. Mais uma vez, é verdade que a física não seria possível se não houvesse fenômenos que, salvo um pequeno conjunto viável, fossem independentes de todas as condições.

Os dois aspectos anteriores, embora altamente significantes do ponto de vista filosófico, não são os que mais surpreenderam Galilei nem contêm uma lei específica da natureza. A lei da natureza está contida na declaração de que o lapso de tempo despendido por um objeto pesado na queda de uma dada altura independe do tamanho, do material e da forma do corpo cadente. No contexto da segunda "lei" da Newton, isso corresponde à declaração de que a força gravitacional que atua sobre o corpo cadente é proporcional à sua massa, independentemente de seu tamanho, de sua forma e do material que o constitui.

A discussão seguinte destina-se a lembrar, primeiramente, que não é absolutamente natural que existam "leis da natureza" e, muito menos, que o ser humano seja capaz de descobri-las [f]. Há algum tempo, o presente autor teve a oportunidade de chamar a atenção para a sucessão de estratos de "leis da natureza", cada estrato contendo leis mais gerais e mais abrangentes que as anteriores e o seu descobrimento constituindo um discernimento mais penetrante da estrutura do universo que os estratos anteriormente reconhecidos [3]. O aspecto, contudo, mais significante, no contexto presente, é que todas essas leis da natureza contenham, mesmo em suas conseqüências mais remotas, apenas uma pequena parte de nosso conhecimento acerca do mundo inanimado. Todas as leis da natureza são sentenças condicionais que permitem uma predição de alguns eventos futuros às expensas do conhecimento do presente, desde que sejam irrelevantes quanto à predição alguns aspectos do estado presente do mundo, na prática a maioria esmagadora dos determinantes do estado presente do mundo. A irrelevância é considerada no sentido do segundo aspecto da discussão do teorema de Galilei [g].

No que tange ao estado presente do mundo, como a existência da terra na qual vivemos e na qual foram conduzidos os experimentos de Galilei, a existência do sol e de todos os seus satélites, as leis da natureza são inteiramente reticentes. Está em consonância com isso, primeiramente, que se podem usar as leis da natureza para predizer eventos futuros somente sob circunstâncias excepcionais - quando forem conhecidos todos os determinantes relevantes do estado presente do mundo. Também está em consonância com isso que a construção de máquinas, cujo funcionamento podemos prever, constitua o feito mais espetacular dos físicos. Nessas máquinas, o físico cria uma situação na qual se conhecem todas as coordenadas relevantes, de modo que se pode prever o seu comportamento. Radares e reatores nucleares são exemplos de tais máquinas.

O objetivo principal da discussão precedente é indicar que as leis da natureza são todas sentenças condicionais e que são concernentes a apenas uma parte muito pequena de nosso conhecimento do mundo. Assim, a mecânica clássica que constitui o protótipo mais bem conhecido de uma teoria física, fornece a segunda derivada das coordenadas da posição de todos os corpos, às expensas do conhecimento de sua posição etc. Não provê informação alguma acerca da existência, da posição atual ou da velocidade de tais corpos. Por amor à exatidão, devemos declarar termos aprendido, há cerca de trinta anos, que as sentenças condicionais são leis de probabilidade que nos habilitam apenas a fazer apostas inteligentes nas propriedades futuras do mundo inanimado, baseadas no conhecimento do estado atual. Não nos permitem enunciar sentenças categóricas, nem mesmo sentenças condicionais categóricas acerca do estado atual do mundo. A natureza probabilística das "leis da natureza" também se manifesta no caso de máquinas e se torna evidente, pelo menos no caso dos reatores nucleares, quando estes operam em potência muito baixa. Todavia, as limitações adicionais do alcance das leis da natureza [h] decorrentes de sua natureza probabilística não desempenharão papel algum no resto da discussão.

O papel da matemática nas teorias físicas.

Tendo reavivado nossas mentes no tocante à essência da matemática e da física, estaremos em uma melhor situação para revermos o papel da matemática nas teorias físicas.

Naturalmente, havemos de usar matemática na física cotidiana para estimar os resultados das leis da natureza e para aplicar as sentenças condicionais às condições particulares que se tornarem dominantes ou interessantes. A fim de que isso seja possível, as leis da natureza devem ter sido formuladas já em linguagem matemática. Contudo, estimar as conseqüências de teorias já estabelecidas não é o papel mais importante da matemática na física. Nessa função, a matemática ou, antes, a matemática aplicada não é tanto a dona da situação: serve apenas como ferramenta.

Todavia, a matemática também desempenha um papel mais dominante na física. Isso já foi implicado na afirmativa, feita na discussão sobre o papel da matemática aplicada, de que as leis da natureza devam ser formuladas na linguagem da matemática, para constituírem objeto de uso da matemática aplicada. A declaração de que as leis da natureza sejam escritas na linguagem da matemática foi devidamente feita há três séculos [i]; presentemente, é mais verdadeira que outrora. A fim de mostrar a importância de que os conceitos matemáticos gozam na formulação das leis da física, lembremos, como exemplo, os axiomas da mecânica quântica na forma sob a qual foram explicitamente enunciados pelo grande matemático von Neumann ou implicitamente pelo grande físico Dirac [4, 5]. Existem dois conceitos básicos em mecânica quântica: os estados e os observáveis. Os estados são vetores no espaço de Hilbert, os observáveis são operadores auto-adjuntos atuantes sobre tais vetores. Os valores possíveis das observações são os valores característicos dos operadores - porém é melhor que nos detenhamos aqui por receio de nos envolvermos em uma relação dos conceitos matemáticos desenvolvidos na teoria dos operadores lineares.

Naturalmente é verdade que a física escolhe alguns conceitos para formular as leis da natureza e certamente apenas uma fração de todos os conceitos matemáticos é usada na física. Também é verdade que os conceitos escolhidos não foram selecionados arbitrariamente de uma lista de termos matemáticos porém foram desenvolvidos, em muitos casos senão na maioria deles, independentemente pelos físicos e então reconhecidos como conceitos anteriormente elaborados pelos matemáticos. Não é verdade, contudo, como freqüentemente se afirma, que isso teria que ocorrer porque a matemática usa os conceitos mais simples possíveis e esses haviam de aparecer em qualquer formalismo. Como acabamos de ver, os conceitos matemáticos não são escolhidos por sua simplicidade conceitual - mesmo as seqüências de pares de números estão longe de figurarem entre os conceitos mais simples - mas por sua ductilidade a manipulações hábeis e a argumentos notáveis e brilhantes. Não esqueçamos que o espaço de Hilbert da mecânica quântica é o espaço de Hilbert complexo, com um produto escalar hermitiano. Certamente, para o espírito despreocupado, os números complexos estão longe de ser naturais ou simples e não podem ser sugeridos por observações físicas. Além disso, o uso de números complexos, nesse caso, não é um artifício de cálculo de matemática aplicada porém chega perto de ser uma necessidade na formulação das leis da mecânica quântica. Finalmente, agora começa a patentear-se que não apenas os números complexos mas as denominadas funções analíticas estão destinadas a desempenhar um papel decisivo na formulação da teoria quântica. Refiro-me à teoria das relações de dispersão, ora em rápido desenvolvimento.

É difícil evitar a impressão de que, aqui, nos confrontamos com um milagre inteiramente comparável, em sua natureza admirável, ao milagre de que a mente humana possa articular mil e um argumentos sem incorrer em contradições; ou aos dois milagres da existência de leis da natureza e da capacidade da mente humana em adivinhá-las. A observação que eu conheço, a qual mais se aproxima de explicar o aparecimento inesperado de conceitos matemáticos na física, é a assertiva de Einstein de que, dentre as teorias físicas, somente estamos inclinados a aceitar as teorias belas. Resta demonstrar que gozam da qualidade de beleza os conceitos da matemática, que convidam ao exercício de tanta sagacidade. Contudo, a observação de Einstein pode, quando muito, explicar as propriedades de teorias nas quais estamos inclinados a acreditar e não tem conexão com a exatidão intrínseca da teoria. Portanto, havemos de voltar a essa última questão.

O bom êxito das teorias físicas é de fato surpreendente?

Uma possível explicação do uso da matemática pelo físico para formular suas leis da natureza é que ele é uma pessoa um pouco irresponsável. Conseqüentemente, ao encontrar um vínculo entre duas grandezas que lembre um vínculo bem conhecida em matemática, o físico extrai a conclusão de que tal vínculo *é* o discutido em matemática, simplesmente porque ele não tem notícia de outra conexão semelhante. Contudo, incumbe assinalar que a formulação matemática da experiência do físico, freqüentemente bruta, conduz, em um número fantástico de casos, a uma descrição espantosamente exata de uma grande classe de fenômenos. Isso mostra que a linguagem matemática não se recomenda apenas por ser a única linguagem que sabemos falar; isso mostra que, em um sentido muito real, é a linguagem correta. Consideremos alguns exemplos.

O primeiro exemplo é o movimento planetário, freqüentemente citado. As leis dos corpos cadentes tornou-se razoavelmente bem estabelecida como resultado de experimentos conduzidos principalmente na Itália. Tais experimentos não puderam ser muito precisos, na acepção em que hoje entendemos precisão, em parte por causa do efeito da resistência do ar e em parte por causa da impossibilidade, naquela época, de medir intervalos de tempo curtos. Todavia, não é surpreendente que, como resultado de seus estudos, os cientistas naturais italianos houvessem obtido familiaridade com os modos segundo os quais os corpos se movem através da atmosfera. Foi Newton quem, então, relacionou a lei da queda livre dos corpos com o movimento da lua, notou que a trajetória parabólica de uma pedra lançada na terra e a trajetória circular da lua no céu são casos particulares de um mesmo objeto matemático, uma elipse, e postulou a lei universal da gravitação, às expensas de uma simples coincidência numérica, naquela época, bastante aproximada. Filosoficamente, a lei da gravitação, na forma em que foi formulada por Newton, foi incompatível com o seu tempo e com ele próprio. Empiricamente, baseou-se em observações muito escassas. A linguagem matemática em que foi expressa continham o conceito de segunda derivada e aqueles que tenhamos tentado desenhar um círculo osculador a uma curva sabemos que a segunda derivada não é um conceito muito imediato. A lei da gravitação, a qual Newton relutantemente instituiu e a qual ele pôde verificar com uma precisão de cerca de quatro por cento, mostrou-se exata a menos de dez milésimos por cento e tornou-se tão estreitamente associada à idéia de precisão absoluta que apenas recentemente os físicos tornaram a ficar bastante atrevidos para investigar as limitações de sua exatidão [j]. Certamente, o exemplo da lei de Newton, novamente citado vezes sem conta, deve ser referido primeiramente como um exemplo monumental de uma lei, formulada em termos que parecem simples aos matemáticos, que se mostrou acurada além de toda expectativa razoável. Recapitulemos exatamente nossa tese nesse exemplo: primeiramente, por figurar uma segunda derivada em sua expressão, a lei é simples apenas para os matemáticos, não para o senso comum nem para calouros sem propensão à matemática; em segundo lugar, trata-se de uma lei condicional de alcance muito limitado. Nada explica acerca da terra que atrai as pedras de Galilei ou acerca da forma circular da órbita lunar ou acerca dos planetas do sol. A explicação dessas condições iniciais são deixadas para o geólogo e o astrônomo, que se vêem em apuros com elas.

O segundo exemplo é tirado da mecânica quântica comum, elementar. Esse surgiu, quando Max Born notou que certas regras de cálculo, apresentadas por Heisenberg, eram formalmente idênticas às regras de cálculo com matrizes, há muito tempo instituídas pelos matemáticos. Então, Born, Jordan e Heisenberg propuseram substituir por matrizes as variáveis de posição e de momento que figuram nas equações da mecânica clássica [6]. Aplicaram as regras da mecânica matricial a alguns problemas altamente idealizados, obtendo resultados inteiramente satisfatórios. Contudo, naquela época, não havia evidência racional de que sua mecânica matricial se mostraria correta sob condições mais realistas. Na verdade, disseram "se a mecânica como aqui se propõe tiver de ser correta já em seus aspectos essenciais". Em verdade, a primeira aplicação de sua mecânica a um problema realista, a do átomo de hidrogênio, foi feita por Pauli, após vários meses. Essa aplicação forneceu resultados concordes com a experiência. Isso foi satisfatório porém ainda compreensível, pois as regras de cálculo de Heisenberg foram abstraídas de problemas que incluíam a velha teoria do átomo de hidrogênio. O milagre ocorreu, apenas quando a mecânica matricial, ou uma teoria matemática equivalente, foi aplicada a problemas para os quais as regras de cálculo de Heisenberg não tinham sentido. As regras de Heisenberg pressupunham que as equações clássicas do movimento tivessem soluções com certas propriedades de periodicidade; e as equações de movimento dos dois eléctrons do átomo de hélio, ou do movimento de um número ainda maior de eléctrons de átomos mais pesados, simplesmente não gozam dessas propriedades, de sorte que as regras de Heisenberg não se podem aplicar a esses casos. Não obstante, o cálculo do nível de energia mais baixo do hélio concordou com os dados experimentais, nos limites de precisão das observações, que é de um em dez milhões. (Tal cálculo foi efetuado, há poucos meses, por Kinoshita em Cornell e por Bazley no Bureau of Standards [departamento de padrões]). Certamente nesse caso, extraímos das equações alguma coisa que não colocamos nelas.

Outro tanto é verdadeiro no tocante às características qualitativas do "espectros complexos", isto, dos espectros de átomos mais pesados. Gostaria de lembrar uma conversa com Jordan, que me contou que, quando se obtiveram os aspectos qualitativos dos espectros, uma discordância entre as regras derivadas da teoria da mecânica quântica e as regras estabelecidas pela pesquisa empírica teriam fornecido a última oportunidade de se efetuar uma mudança no contexto da mecânica matricial. Em outras palavras, Jordan sentiu que, ao menos temporariamente, teríamos ficado desamparados, se houvesse ocorrido um desacordo imprevisto na teoria do átomo de hélio. Naquela época, isso tinha sido desenvolvido por Kellner e Hilleras. O formalismo matemático era por demais claro e imutável, de sorte que, se não ocorresse o milagre do hélio que acabamos de referir, teria advindo uma verdadeira crise. Certamente que a física, de uma forma ou de outra, teria superado essa crise. Por outro lado, é verdade que a física, como hoje a conhecemos, não seria possível sem uma recorrência constante de milagres similares ao do átomo de hélio, o qual talvez seja o milagre mais surpreendente que aconteceu ao longo do desenvolvimento da mecânica quântica elementar, porém está longe de haver sido o único. De fato, o número de milagres análogos é limitado, em nossa opinião, somente por nossa disposição em perseguir outros semelhantes. Todavia, a mecânica quântica teve muitos êxitos felizes, quase igualmente surpreendentes, o que nos deu a convicção firme de que ela é o que denominamos correta.

O último exemplo é o da eletrodinâmica quântica ou teoria do desvio de Lamb. Enquanto a teoria da gravitação de Newton ainda tinha conexões óbvias com a experiência, a experiência se inscreve na formulação da mecânica matricial apenas na forma refinada ou sublimada das prescrições de Heisenberg. A teoria quântica do desvio de Lamb, na forma em que foi concebida por Bethe e estabelecida por Schwinger, é uma teoria puramente matemática e a única contribuição direta da experiência foi mostrar a existência de efeitos mensuráveis. A concordância com o cálculo é melhor que uma parte em mil.

Os três exemplos anteriores, que poderiam ser multiplicados quase indefinidamente, devem ilustrar a adequação e a exatidão da formulação matemática das leis da natureza em termos de conceitos escolhidos por sua manuseabilidade, gozando as "leis da natureza" de exatidão quase fantástica mas de alcance estritamente limitado. Proponho que designemos por *lei empírica da epistemologia* a observação que esses exemplos ilustram. Juntamente com as leis de invariância das teorias físicas, ela constitui um fundamento indispensável a essas teorias. Sem as leis de invariância, não se poderia dar fundamento algum às teorias físicas; se a lei empírica da epistemologia não fosse correta, faltar-nos-iam o alento e a confiança renovada que são necessidades emotivas sem as quais as "leis da natureza" não poderiam ter sido exploradas com bom êxito. Dr. R. G. Sachs, com quem discuti a lei empírica da epistemologia, denominou-a um artigo de fé do físico teórico; e ela certamente o é. Contudo, o que ele denominou artigo de fé pode ser sustentada em exemplos reais - muitos exemplos além dos que referimos.

A unicidade das teorias físicas.

A natureza empírica das observações anteriores parecem-me evidentes em si mesmas. Certamente que não se trata de "necessidades de pensamento" e não deve ser necessário, para provar isso, apontar o fato de que isso se aplica somente a uma parte muito exígua de nosso conhecimento do mundo inanimado.

Acreditar que a existência de expressões matematicamente simples para a segunda derivada da posição sejam evidentes em si mesmas é absurdo, considerando que inexistem expressões similares para a própria posição ou para a velocidade. Portanto, é surpreendente quão prontamente foi aceita como certa a dádiva maravilhosa encerrada na lei empírica da epistemologia. Uma dádiva semelhante é a habilidade da mente humana em articular mil e uma conclusões e ainda assim permanecer "correta", como referimos anteriormente.

Toda lei empírica tem a qualidade inquietadora de não lhe conhecermos as limitações. Vimos que existem regularidades nos eventos do mundo em que vivemos, as quais podem ser formuladas em termos de conceitos matemáticos de fantástica exatidão. Por outro lado, existem aspectos do mundo acerca dos quais não acreditamos na existência de quaisquer regularidades exatas. A esses chamamos condições iniciais. A questão que se impõe é se as diferentes regularidades, isto é, as várias leis da natureza que serão descobertas, se fundirão em uma simples unidade consistente ou se, ao menos, se aproximarão assintoticamente de tal fusão. Alternativamente, é possível que sempre existam leis da natureza que nada tenham em comum uma com a outra. Presentemente, isso é verdadeiro, por exemplo, quanto às leis da hereditariedade e às da física. É mesmo possível que algumas leis da natureza estejam em conflito umas com as outras, em suas implicações, mas que cada uma seja bastante convincente em seu próprio domínio, de sorte que não estejamos dispostos a abandonar nenhuma delas. Podemos resignar-nos a um tal estado de coisas ou pode atenuar-se gradualmente nosso interesse em resolver o conflito entre as várias teorias. Podemos perder o interesse na "verdade suprema", isto é, em uma descrição que seja uma fusão consistente de pequenas descrições em uma unidade simples, formada com os vários aspectos da natureza.

Pode ser útil ilustrar as alternativas com um exemplo. Temos, agora, em física duas teorias de grande poder e interesse: a teoria dos fenômenos quânticos e a teoria da relatividade. Essas duas teorias têm raízes em grupos de fenômenos mutuamente exclusivos. A teoria da relatividade aplica-se aos corpos macroscópicos, tais como estrelas. O evento de coincidência, que está na análise final de colisão, é o evento primitivo na teoria da relatividade e define um ponto no espaço-tempo ou, pelo menos, definiria um ponto, se as partículas colidentes fossem infinitamente pequenas. A teoria quântica tem raízes no mundo microscópico e, de seu ponto de vista, o evento de coincidência ou de colisão, ainda que ocorra entre partículas destituídas de extensão espacial, não é primitivo e de forma alguma está pontualmente isolado no espaço-tempo. As duas teorias operam com conceitos matemáticos distintos - o espaço de quatro dimensões de Riemann e o espaço de dimensão infinita de Hilbert, respectivamente. Até agora, as duas teorias não puderam ser reunidas, isto é, não existe uma formulação matemática da qual ambas essas teorias sejam aproximações. Todos os físicos acreditam que a união das duas teorias seja inerentemente possível e que a encontraremos. Todavia, também é possível imaginar que não se possa encontrar a união das duas teorias. Esse exemplo ilustra as duas possibilidades de união e de conflito, anteriormente referidas, ambas admissíveis.

A fim de obtermos uma indicação de qual alternativa devemos finalmente esperar, podemos pretender ser mais ignorantes do que somos e colocar-nos em um nível de conhecimento mais baixo que o que realmente possuímos. Se pudermos encontrar uma fusão de nossas teorias nesse nível mais baixo de inteligência, poderemos ter confiança em encontrar uma fusão de nossas teorias também em nosso verdadeiro nível de inteligência. Por outro lado, se chegarmos a teorias mutuamente contraditórias em um nível um pouco mais baixo de conhecimento, tampouco poderá ser excluída por nós mesmos a possibilidade de permanência das teorias conflitantes. O nível de conhecimento e de engenhosidade é uma variável contínua e é improvável que uma variação relativamente pequena dessa variável modifique de inconsistente para consistente a descrição que se fizer do mundo (k).

Considerado desse ponto de vista, constitui um fator adverso o fato de algumas das teorias que sabemos serem falsas fornecerem resultados espantosamente exatos. Se tivéssemos um pouco menos de conhecimento, o grupo de fenômenos explicados por essas teorias "falsas" aparecer-nos-ia suficientemente grande para "prová-las". Contudo, consideramos "falsas" essas teorias exatamente por serem incompatíveis, em análise final, com descrições mais abrangentes; e, se for descoberta uma quantidade suficiente de tais teorias falsas, obrigatoriamente será provado que estão conflito uma com as outras. Do mesmo modo, é possível que sejam falsas as teorias consideradas "provadas" por um certo número de concordâncias numéricas que nos pareça bastante grande, por estarem em conflito com uma possível teoria mais abrangente que transcenda nossos recursos de descobrimento. Se isso fosse verdade, teríamos de esperar conflitos entre nossas teorias tão logo o seu número cresça além de um certo ponto e tão logo elas cubram um número bastante grande de grupos de fenômenos. Em contraste com o artigo de fé do físico teórico, já citado, isso é o pesadelo do teorista.

Consideremos alguns exemplos de teorias "falsas" que, diante de sua falsidade, dão descrições assustosamente exatas de grupos de fenômenos. Com alguma benevolência, podemos ignorar um pouco da evidência que esses exemplos fornecem. O bom êxito das idéias iniciais e pioneiras de Bohr acerca do átomo foi sempre um tanto estreito, aplicando-se o mesmo aos epiciclos de Ptolemeu. Nosso atual lugar de observação fornece uma descrição acurada de todos os fenômenos que essas teorias mais primitivas podem descrever. O mesmo já não é verdade quanto à denominada teoria do eléctron livre, que pinta um quadro maravilhosamente acurado de muitas, senão da maioria, das propriedades de metais, semicondutores e isoladores. Em particular, explica o fato, que não fora adequadamente entendido com base na "teoria real", de que isoladores apresentem uma resistência específica à eletricidade que pode ser 10^{26} vezes maior que a de metais. De fato, não há evidência experimental que mostre não ser infinita a resistência sob as condições nas quais a teoria do eléctron livre nos conduziria a esperar uma resistência infinita. Não obstante, estamos convencidos de que a teoria do eléctron livre é uma aproximação crua, que deve ser substituída, na descrição de todos os fenômenos concernentes a sólidos, por uma descrição mais acurada.

Encarada de nosso real lugar de observação, a situação apresentada pela teoria do eléctron é irritante mas provavelmente não proíbe inconsistência alguma que nos seja intransponível. A teoria do eléctron livre suscita dúvidas relativas ao grau de confiança que devemos atribuir à concordância numérica entre a teoria e o experimento como evidência da corretitude da teoria. Estamos habituados a tais dúvidas.

Surgiria uma situação muito mais difícil e confusa, se, algum dia, pudéssemos estabelecer uma teoria dos fenômenos da consciência ou da biologia que fosse tão coerente e convincente quanto nossas teorias atuais do mundo inanimado. As leis da hereditariedade de Mendel e o subseqüente trabalho sobre os genes bem que podem constituir o início de uma teoria no tocante à biologia. Além disso, é perfeitamente possível que se possa encontrar um argumento abstrato que revele um conflito entre uma tal teoria e os princípios aceitos da física. O argumento pode ser de natureza de tal forma abstrata que não permita, mediante um experimento, resolver o conflito em favor de uma das duas teorias. Tal situação imporia uma pesada tensão sobre a crença em nossas teorias e na realidade do conceitos que elaboramos. Dar-nos-ia um profundo sentimento de frustração em nossa busca do que denominamos "verdade suprema". O motivo de que tal situação seja imaginada é que, fundamentalmente, não sabemos por que nossas teorias operam tão bem. Portanto, sua exatidão não pode constituir prova de sua verdade nem de sua consistência. Na verdade, este autor acredita que ocorra alguma coisa parecida com a situação que foi descrita, se forem confrontadas as atuais leis da hereditariedade e da física.

Terminemos com uma nota mais animada. O milagre da adequação da linguagem da matemática para formular as leis da física constitui uma dádiva maravilhosa que nem entendemos nem merecemos. Devemos ser gratos por isso e esperar que isso se conserve válido na pesquisa futura e que se estenda, para o melhor ou para o pior, a um âmbito mais amplo da pesquisa, para o nosso prazer e talvez também para a nossa perplexidade.

O autor deseja consignar sua gratidão para com Dr. M. Polanyi, que, há muitos anos, influenciou o seu pensamento sobre problemas de epistemologia, e para com V. Bargmann, cuja crítica amistosa foi substantiva para conseguir a clareza alcançada, qualquer que tenha sido. O autor também agradece efusivamente a A. Shimony por rever o presente artigo e por chamar a atenção do autor para os escritos de C. S. Peirce.

Notas

(a) Para ulterior citação, essa nota foi feita por F. Werner, então estudante em Princeton.

(b) Esse asserto foi extraído de DUBISLAV, W. (1932) *Die Philosophie der Mathematik in der Gegenwart* [a filosofia da matemática na atualidade], Junker und Dunnhaupt Verlag, Berlin, p. 1.

(c) M. Polanyi, em seu *Personal Knowledge* [conhecimento pessoa], University of Chicago Press, 1958, afirma: "Todas essas dificuldades são apenas conseqüência de nossa recusa em enxergar que a matemática não pode ser definida sem a admissão de seu mais óbvio aspecto, qual seja, de que é interessante" (p. 188).

(d) Nesse contexto, o leitor pode estar interessado nas notas por demais irritadas de Hilbert acerca do intuicionismo que "intenta desintegrar e desfigurar a matemática", Abh. Math. Sem. Univ. Hamburgo, vol. 157, 1922, ou Gesammelte Werke [obras reunidas], Springer, Berlin, 1935, p. 188.

(e) A esse respeito, veja-se o ensaio gráfico de M. Deutsch, Daedalus, vol. 87, 1958, p. 86. A. Shimony chamou-me a atenção para uma passagem similar nos *Essays in the Philosophy of Mathematics* [ensaios sobre a filosofia da matemática], de C. S. Peirce. (The Liberal Arts Press, New York, 1957, p. 237.)

(f) E. Schrödinger, em seu *What is Life* [que é a vida], Cambridge, University Press, 1945, assevera que esse segundo milagre bem pode encontrar-se além do entendimento humano (p. 31).

(g) O autor está convencido de ser desnecessário referir que o teorema de Galilei, formulado no texto, não esgota o conteúdo das observações de Galilei relativas às leis da queda livre dos corpos.

(h) Veja-se, por exemplo, E. Schrödinger, referência (1).

(i) É atribuída a Galilei.

(j) Consulte-se, por exemplo, R. H. DICKE, American Scientist, vol. 25, 1959.

(k) Essa passagem foi escrita após muita hesitação. O autor está convencido de que é útil, em discussões epistemológicas, abandonar a idealização de que o nível da inteligência humana tenha uma posição singular em uma escala absoluta. Em alguns casos, será mesmo útil considerar o conhecimento que é possível obter ao nível de inteligência de algumas outras espécies. Contudo, o autor reconhece que seu pensamento ao longo das linhas indicadas no texto foi demasiadamente breve e que não foi bastante submetido a avaliação crítica para merecer confiança.

Bibliografia

(1) SCHRÖDINGER, E. *Über Indeterminismus in der Physik* [acerca do indeterminismo na física]. J. A. Barth, Leipzig, 1932; também DUBISLAV, W. *Naturphilosophie* [filosofia da natureza]. Junker und Dünnhaupt, 1933. Capít. 4.

(2) WIGNER, E. P. *Invariance in physical theory* [invariância em teorias físicas]. Proc. Amer. Philos. Soc., vol. 93, 1949, p. 521-526.

(3) WIGNER, e. p. *The limits of science* [os limites da ciência]. Proc. Amer. Philos. Soc., vol. 94, 1950, p. 422; também MARGENAU, H. *The nature of Physical Reality* [a natureza da realidade física]. McGraw-Hill, New York, 1950, capít. 8.

(4) DIRAC, P. A. M. *Quantum Mechanics* [mecânica quântica]. 3ª ed. Clarendom Press, Oxford, 1947.

(5) von NEUMANN, J. *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* [fundamentos matemáticos da mecânica quântica]. Springer, Berlin, 1932. Tradução inglesa, Princeton University Press, 1955.

(6) BORN, M; JORDAN, P. *On quantum mechanics* [sobre a mecânica quântica]. Zeits. f. Physik, n. 34, 1925, p. 858-888. BORN, M; HEISENBERG, W.; JORDAN, P. *On quantum mechanics* [sobre a mecânica quântica], Part II, Zeits. f. Physik, n. 35, 1926, p. 557-615. (A sentença citada figura no último artigo, p. 558.)

Título original:

The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences
Communication on Pure and Applied Mathematics, vol. XIII, 001-14 (1960)

Recebido em junho de 1959.
Palestra Richard Courant em Ciências Matemáticas proferida na Universidade de New York, em 11 de maio de 1959.