Sobre a construção e o papel do esquematismo na filosofia kantiana da matemática

A. T. Winterbourne
Birmingham Polytechnic
Traduzido por Marcelo Papini

Seção I

Penso que a idéia de já não se poder sustentar o kantismo na filosofia da matemática, por causa da própria existência de geometrias não-euclidianas, ainda seja um ponto de vista amplamente aceito, embora, recentemente, os seus defensores tenham perdido terreno. É indubitavelmente verdadeiro que o desenvolvimento das geometrias hiperbólica e elíptica nos obriga a reavaliar as teses de Kant acerca da ciência do espaço real, embora, mesmo aqui, se possa exagerar a rigidez do kantismo. Compreende-se, hoje, muito mais geralmente, que a posição de Kant não apenas permite explicitamente possibilidades lógicas alternativas mas lhes exige implicitamente a existência (1). A distinção instituída por Kant está entre possibilidade meramente lógica e 'construtibilidade', sendo o último termo entendido com relação à intuição pura. Kant é habitualmente interpretado como havendo dito que as construções na intuição *a priori* do espaço fossem indispensáveis à ciência geométrica. Já que tanto a geometria analítica quanto as geometrias não-euclidianas prescindem de figuras espaciais (embora no último caso se possam empregar como 'analogias'), a teoria de Kant parece restritiva demais para ainda prestar algum serviço.

A ênfase que Kant aparentemente confere a figuras espaciais atuais deve parecer um tanto ingênua, especialmente porque o programa cartesiano de geometria analítica dificilmente lhe teria escapado à atenção. Como a existência da geometria algébrica afeta a concepção ortodoxa —— e obsoleta —— supostamente atribuída a Kant de que as figuras espaciais sejam indispensáveis? Certamente, de um ponto de vista puramente histórico, não se procura explicação. A idéia fundamental de Descartes era empregar a intuição geométrica para elucidar afinidades algébricas. Porém, como Kant entendeu a afinidade epistemológica entre a geometria analítica e a geometria 'sintética'? Talvez ele tenha resistido à idéia de que a essência qualitativa das figuras pudesse reduzir-se a representações numéricas e, portanto, a representações algébricas. Talvez ele tenha raciocinado que a geometria analítica se possa encarar como uma representação analítica das determinações quantitativas das figuras mas que não capture a essência de tais figuras enquanto entidades espaciais. Isso estaria de acordo com a concepção geral da teoria de Kant na insistência de que a geometria euclidiana seja uma descrição de nossa intuição espacial.

Um modo alternativo de considerar o relacionamento entre a teoria de Kant, por um lado, e a geometria analítica, pelo outro, é fornecido pela *Doutrina Transcendental do Método*, na qual ele tece alguns dos comentários mais interessantes acerca da idéia de construção. Aí Kant distingue entre os raciocínios matemático e filosófico, dizendo que, enquanto o último avança pelo raciocínio sobre conceitos, o primeiro avança 'sinteticamente' e encontra sua formulação clássica no método axiomático de Euclides: o assunto funda-se em noções geométricas, independentemente da álgebra, e teoremas são deduzidos de axiomas mediante raciocínio lógico. Isto é, filosofia é o raciocínio a partir de conceitos; matemática é o raciocínio a partir da *construção* de conceitos. A geometria algébrica, por outro lado, avança analiticamente. Desde que Kant se convenceu de que tinha superior importância o seu descobrimento da distinção entre as metodologias da matemática e da filosofia, o método sintético euclidiano deve ter parecido a exemplificação perfeita desse fato. Assim Kant enfatiza o método geométrico sintético, descurando do método analítico em seu desígnio, qual seja, o desígnio de fundamentar a metafísica como um ciência que conduzisse a resultados com o mesmo grau de certeza que a geometria.

Uma terceira possibilidade é que Kant considerasse a álgebra como mais fundamental que a aritmética e a geometria; a geometria cartesiana simplesmente concebe essa idéia de um modo que a teoria de Kant pode acomodar. Terá Kant alguma teoria da álgebra que possa sustentar essa leitura? Não existe resposta fácil, já que uma ênfase em figuras espaciais impregna grande parte da discussão desse campo por Kant. Certamente, já que o contexto de grande parte dessa discussão - a *Estética Transcendental* - trata explicitamente do espaço, podemos sustentar ter sido inadequado que Kant considerasse a redução de relações espaciais a relações algébricas. Figuras espaciais, na teoria de Kant, ainda se aplicam ao espaço da percepção e é essa a qualidade descritiva da geometria com que Kant se ocupa na *Estética*. Isso sugeriria um interpretação muito menos rígida do kantismo na filosofia da matemática que a interpretação algumas vezes proposta.

Agora está bem entendido que a teoria de Kant afirma a possibilidade lógica de geometrias alternativas. Para Kant, a idéia de construção é um requisito a que devem atender as denominadas geometrias 'reais', isto é, os sistemas interpretados que pretendem aplicar-se ao espaço da experiência. Neste artigo, enfatizarei um modo de entender a idéia de construção nos escritos críticos e instituirei um vínculo entre esse modo e a doutrina do esquematismo. Sugerirei, então, que um tal vínculo fornece uma base para uma teoria da álgebra que poderia ser aceita por Kant (2).

Seção II

Que a teoria de Kant permita geometrias não-euclidianas é uma interpretação que repousa em duas considerações, uma direta, a outra indireta. A consideração indireta é que, já que Kant insiste no caráter sintético das proposições geométricas, a substituição do axioma das paralelas pelo seu contrário não geraria inconsistências na teoria como um todo. Sendo esse o caso, Kant deve estar correto em afirmar a não-analiticidade dos axiomas e dos postulados da geometria euclidiana. Expus esse argumento sem adornos, pois quero concentrar-me no argumento direto empregado por Kant, deixando o argumento indireto sem comentário ulterior. Nada do que direi subseqüentemente depende decisivamente de se aceitar a primeira consideração, na forma em que está enunciada (3). A segunda consideração repousa principalmente no seguinte passo da *Kritik*:

> "... de onde podemos derivar o caráter da possibilidade de um objeto que é pensado através de um conceito sintético *a priori*, se não da síntese que constitui a forma do conhecimento empírico de objetos? De fato, é uma condição lógica necessária que um conceito do possível não deva conter contradição alguma; porém isso não é, de modo algum, suficiente para determinar a realidade objetiva do conceito, isto é, a possibilidade de um tal objeto como é pensado através do conceito. Assim, não existe contradição no conceito de uma figura delimitada por duas retas, já que os conceitos de reta e de interseção de retas não contêm negação de uma figura. A impossibilidade decorre não do conceito em si mas do conceito em conexão com sua construção no espaço, isto é, da condição do espaço e de sua determinação (4).

Aí Kant identifica a 'existência' matemática com a possibilidade de construção. Um objeto matemático —— aí uma figura geométrica —— existe na medida em que pode ser construído na intuição pura. Por via de regra, se supõe ter Kant afirmado que o espaço nos é dado definitiva e irrevogavelmente com natureza euclidiana: isso corresponde realmente à afirmativa de que o espaço perceptual —— o espaço de quaisquer e de todas as experiências possíveis —— não pode ser 'reconstruído' de tal modo que que a geometria não-euclidiana forneça a base formal para construções intuitivas, isto é, particulares, no espaço das quais possam decorrer juízos sintéticos válidos *a priori*.

O que está incluído na idéia de construção? As proposições sintéticas da geometria são 'objetificadas' e, através dessa objetificação, verificadas pela construção do 'objeto' do conceito em intuição pura, isto é, mediante 'a exibição' *a priori* da intuição que corresponde ao conceito. O critério da geometria 'real' é esse apelo à possibilidade de construir figuras - seus objetos - em intuição pura; de modo mais geral, o critério é a *possibilidade* de construção intuitiva. Isso significa exibir *particulares* que apresentem aspectos que são verdadeiros para toda uma classe de entidades. Construções puras no espaço (e no tempo) são *exemplificações simbólicas*. Hintikka sustentou que uma compreensão adequada da filosofia kantiana da matemática depende do reconhecimento de que há duas noções de 'intuição' em Kant que são distintas porém correlatas. A teoria maturada vincula a intuição diretamente com a sensibilidade e essa acepção tende a ser confundida com a acepção mais restrita e original do termo, encontrada nos escritos pré-críticos e na *Disciplina da Razão Pura*. Aí, 'intuitivo' significa aquilo que representa um indivíduo e se opõe a conceitos gerais (5). Não é o caráter espacial das construções 'intuitivas' que goza de importância crucial mas o fato de que elas podem ser empregadas como modelos para uma classe geral. A figura construída, um triângulo, por exemplo, é a representação da relação 'abstrata' que constitui a 'triangularidade'. A figura nos é útil precisamente porque corporifica aquelas relações que, independentemente dela, são menos facilmente apreendidas.

A exibição *a priori* de um conceito mediante uma construção intuitiva pode consistir em um procedimento empírico simples tal qual fazer signos no papel ou mover as contas de um ábaco. Uma interpretação natural do significado kantiano de construir – ou 'exibir em intuição' – obtém-se mediante o procedimento lógico de exemplificação existencial. A construção é um 'particular' que, efetivamente, é o conceito em carne e osso: assim, construção é um modo geral de permitir a dedução de *F(a)* a partir da sentença existencialmente quantificada $(\exists x)(Fx)$. A verificação da significatividade de um conceito – sua possibilidade 'real' mais que sua possibilidade 'meramente lógica' – é a construção da figura. Essa é produzida *a priori* – de um modo um tanto análogo ao raciocínio silogístico, que consiste na determinação de conclusões particulares sob regras gerais mediante a faculdade judicatória – além disso, consiste simultaneamente em 'uma manifestação presente aos sentidos' (6). Essa idéia – de que a filosofia da matemática de Kant pode ser 'reconstruída', recorrendo-se à teoria da quantificação – é um dos vários tópicos da interpretação por Hintikka. O uso da regra de dedução natural da exemplificação existencial introduz novos representantes de indivíduos – e é nisso, consoante a visão de Hintikka, que consiste o uso por Kant de construções *intuitivas*, uso esse anterior ao uso de 'intuição' na *Estética*, onde se refere diretamente à intuição espacial. Segundo Hintikka, a idéia de que o método matemático é baseado no uso *in concreto* de conceitos gerais —— isto é, na forma de exemplos individuais —— fornece o ponto de partida à teoria kantiana amadurecida do raciocínio matemático (7). A concepção de Kant pode ser, de modo geral, identificada ao seu asserto contrário à metafísica racionalista de que 'existência' não seja um predicado:

> ... todas as proposições existenciais são sintéticas ... Qualquer coisa, a nosso arbitrio, se pode converter em um predicado lógico; o sujeito pode ser predicado até de si mesmo, pois a lógica abstrai de todo conteúdo. Porém um predicado *determinante* é um predicado que é acrescentado ao conceito do sujeito e que o aumenta. (8)

Veremos posteriormente que para Kant a função dos esquemas é 'particularizar' certos conceitos, isto é, apresentar em intuição indivíduos que representam um classe geral.

Não devemos pretender que Kant pense que essa construção figurativa seja completa em si; isso reduziria o processo de construção a um processo empírico, válido para a figura espacial apresentada mas limitado a ela. Isso certamente falharia em produzir as características estreitamente associadas, para Kant, ao reconhecimento da verdade matemática, quais sejam, a necessidade e a universalidade. Por exemplo, a fim de obtermos proposições sintéticas acerca de triângulos, não é suficiente considerar meramente *o conceito* 'triângulo': tal procedimento fornece apenas proposições analíticas. Contudo, se exibirmos o triângulo em intuição, isto é, se desenharmos ou imaginarmos um triângulo, então tal construção putativamente gera o corpo de proposições sintéticas, válidas *a priori*, com a qual a geometria euclidiana nos tornou habituados (9). Claramente, isso mostra também que deva existir na noção de construção mais alguma coisa que a simples produção de linhas no papel ou de imagens na imaginação. E Kant, de fato, fornece a característica exigida. Ele prossegue, a fim de explicar, em termos de imaginação *transcendental*, isto é, em termos de condições *a priori*, o modo segundo o qual a figura construída se possa 'adequar ao conceito'. Nesse procedimento, deve existir um elemento que seja 'pressupositivo': dessa forma, a construção empírica recebe um 'impulso' *a priori*. Tornamos a perguntar: como podemos ter certeza de que aquilo que se pode 'ler' na figura individual é válido para todas as figuras possíveis desse tipo? A resposta de Kant é que, ao empregarmos a imaginação para construir um triângulo em intuição pura, desvendamos - por 'análise regressiva' - as condições *a priori* às quais a própria imaginação está sujeita, ao produzir figuras particulares desse tipo.

> A simples figura que desenhamos é empírica mas, ainda assim, serve para *exprimir* o conceito, sem diminuir sua universalidade. Pois, nessa intuição empírica, *consideramos apenas o ato* mediante o qual construímos o conceito e abstraímos das várias determinações ... que são inteiramente indiferentes, quanto a modificar o conceito "triângulo" (10).

A consideração de *um ato*, pressuposto na construção empírica, fornece o elemento pressupositivo necessário. (Posteriormente, voltarei a esse tópico.) Kant insiste em que a matemática não estende o conhecimento apenas pela análise de conceitos; a verificação em matemática exige que ela 'instigue a intuir'. Na intuição pura, o conceito é exemplificado e considerado *in concreto*, contudo não empiricamente, pois a construção está em intuição pura, não empírica. O conceito é 'particularizado', isto é, construído, e tudo que decorrer das *condições* universais da construção é válido universalmente para o objeto do conceito assim construído. A fim de produzirmos uma construção particular que seja adequada ao conceito, exigimos alguma forma de mediação entre o entendimento - a faculdade de regras que, simultaneamente, provê conceitos *a priori* - e a sensibilidade, em cujo domínio se devem apresentar as construções que pretendem adquirir significância existencial, isto é, *sentido* (11). Dessa forma, operamos um isomorfismo entre as verdades *a priori* pertinentes ao conceito 'triângulo' e as condições *a priori* identificáveis, exemplificadas na construção. Na hierarquia kantiana das faculdades, compete ao *juízo* classificar sob regras e, geralmente, consiste em mover-se de uma premissa maior e de outra menor de um silogismo para a conclusão particular. Dessa forma, Kant introduz - como parte da *Doutrina Transcendental do Juízo* - a idéia de esquemas de conceitos puros do entendimento.

> Se o entendimento deve ser encarado, em geral, como a faculdade de regras, o juízo será a faculdade de classificar sob regras (12).

O capítulo *Esquematismo*, notoriamente difícil, é que expande as implicações da construção matemática e que contribui a um entendimento menos constritivo da filosofia kantiana da matemática.

> Vimos que a figura produzida em intuição, da qual se podem 'ler' proposições sintéticas, válidas *a priori*, deve de alguma forma ser representativa de *todas* as figuras desse tipo (13).

Qualquer característica possuída unicamente pela figura 'empírica' pode ser abstraída e ignorada no processo de raciocínio. Como pode uma simples figura executar adequadamente tal tarefa? Como admite Kant, nenhuma imagem pode ser adequada ao conceito geral de 'triângulo' (14). A resposta encontra-se na noção de esquematismo transcendental.

Seção III

A essa altura, será útil repassarmos algumas das idéias nucleares associadas à 'síntese' na filosofia crítica, como preparação ao uso desse conceito no capítulo sobre o próprio esquematismo. A idéia de construção é muito mais ampla e possui significação mais geral em Kant do que nos pode parecer, pela leitura dirigida a sua filosofia da matemática. Inicialmente está situada nesse contexto porém é generalizada como o processo de 'síntese das variedades empíricas' (15). Essa síntese, como sugeri acima, fornece o elemento pressupositivo ou transcendental mediante a 'imaginação'. A conexão entre os conceitos e as intuições é operada através de uma síntese da qual o esquematismo é o exemplo focal.

> A síntese, em geral, ... é o mero resultado do poder de imaginar, uma função cega porém indispensável da alma, sem a qual não teríamos conhecimento algum mas de que mal temos consciência. Trazer essa síntese *aos conceitos* é uma função que pertence ao entendimento e é através dessa função do entendimento que obtemos o entendimento propriamente dito. (16)

Essa é uma imagem especular do caso específico da construção matemática. Na construção matemática, produzimos uma imagem do conceito mediante uma 'síntese imaginativa':

> A imagem é um produto da faculdade empírica da imaginação reprodutiva: o esquema dos conceitos sensíveis, tais quais figuras no espaço, é o produto e, como se fosse, um monograma da pura imaginação *a priori*, mediante a qual e de acordo com a qual as próprias imagens primeiramente se tornam possíveis. (17)

Classificar particulares sob conceitos é tarefa da faculdade judicatória em geral e do esquematismo em particular. A síntese produtiva da imaginação é um ato transcendental:

> Não podemos pensar em uma linha, sem a desenharmos no pensamento, ou em um círculo, sem o descrevermos ... Não podemos representar nem mesmo o tempo a menos que, ao traçarmos uma reta (que tem de servir como a representação figurativa externa do tempo), atentemos simplesmente ao *ato* de síntese da variedade mediante a qual, sucessivamente, determinamos o sentido interno e, ao fazê-lo, atentemos à sucessão de sua determinação em sentido interno. (18)

A conexão - síntese da variedade - não é um processo meramente passivo empreendido pela sensibilidade e pela intuição mas um procedimento ativo da faculdade de imaginação. O tempo, como intuição *formal*, exige a síntese da imaginação enquanto ato transcendental: como *forma da* intuição, o tempo é o fenômeno indiferenciado do lapso e produz apenas a possibilidade de sucessão determinada. (19)

A síntese sucessiva da variedade - um ato executado através da imaginação produtiva - situa todo esse problema, para Kant, dentro da filosofia transcendental (20). A própria geometria - 'a matemática do espaço [*Ausdehnung*]' - é baseada na imaginação produtiva na geração de figuras. É nessa base que se entendem os axiomas como *condições* da intuição *a priori* na construção figurativa.

Na dedução transcendental, Kant sustentou que os conceitos puros do entendimento se aplicam a objetos da intuição *em geral*. Contudo, por essa razão, tais conceitos são incapazes de dar entendimento *determinado* de objetos:

> Os conceitos puros do entendimento relacionam-se ... a objetos da intuição *em geral* ... mediante a qual não conhecemos objeto *determinado* algum. (21)

São os esquemas que particularizam conceitos no sentido definido. Somente o esquematismo, enquanto ato transcendental, pode fornecer entendimento determinado de objetos.

Seção IV

O esquema é um produto da imaginação. É um procedimento universal —— um ato —— que provê uma imagem do conceito.

> É uma regra de síntese da imaginação, com respeito a figuras puras no espaço. (22)

O esquema de um conceito 'sensibilizado' - nesse caso, uma figura espacial - é um produto da pura imaginação *a priori*, através da qual e de acordo com a qual imagens —— alguma coisa empírica —— primeiramente se tornam possíveis. Falando 'transcendentalmente', não é o triângulo construído como tal que é a base de proposições sintéticas válidas *a priori* mas antes o fato de que ele foi produzido segundo o esquema de 'triângulo', como figura quer no papel quer imaginativamente. As imagens se vinculam ao conceito através do esquema que elas designam (23). Esse esquema para o 'triângulo' é uma regra de procedimento para construir em intuição. Sem uma tal regra *a priori* de construção, não poderíamos ter certeza de que havíamos, de fato, produzido um triângulo. O esboço é um particular que 'apresenta' um exemplo da classe 'triângulo' e que, assim, representa essa classe. Isso nos permite reconhecer a figura antes enquanto exemplo de uma classe geométrica que, digamos, como uma área espacial não diferenciada ou uma dentre as várias outras possibilidades implícitas na construção empírica (24). Como Kant assinalou, na matemática consideramos o universal no particular,

> ... ou mesmo no exemplo singular, embora sempre ainda *a priori* e mediante a razão. Portanto, *exatamente como esse objeto singular é determinado por certas condições universais de construção*, assim o objeto do conceito, ao qual o objeto singular corresponde meramente como seu esquema, deve, do mesmo modo, ser pensado como determinado universalmente. (25)

Podemos opor-nos a essa idéia por ela ser supérflua, em um sentido importante. Kant precisa de uma 'imagem' - uma figura espacial produzida em intuição - a fim de que proposições sintéticas válidas *a priori* possam ser 'lidas'. Além disso, não se poderia dizer que a construção empírica serve mais como um auxílio heurístico do que como um componente necessário ao processo de raciocínio? O esquema, como uma *regra de procedimento* para construir qualquer imagem de um conceito, deve 'conter', abstrata ou 'pré-construtivamente' toda a informação que, em princípio, possa ser incluída na, e assim ser 'lida' da, construção intuitiva enquanto exemplificação particular. Se não fosse assim, a figura construída poderia não ser 'adequada ao conceito' - isto é, tanto poderia haver mais quanto menos 'informação' na figura empírica do que no conceito. Essa 'regra' de construção deve conter, em princípio, tudo de que o geômetra precisa para 'raciocinar' sobre triângulos. O corpo de tais regras seria uma geometria sem figuras. Mais precisamente, forneceria uma 'geometria' que prescindisse de construções *espaciais*.

A idéia de um tal 'ato' de imaginação pode entender-se apenas no contexto da noção de síntese a que aludi acima. Nada obstante, mesmo para Kant parece miraculoso como tais funções da imaginação possam constituir o fundamento de um sistema de relações que, quando interpretado espacialmente, gera uma ciência *a priori* que tem aplicações à experiência, enquanto quase nada possa dizer-se dele exceto que existe. Falando do esquematismo, Kant, a certa altura, limitou-se a admitir que ele é

> ... uma arte escondida nas profundezas da alma humana, cujos modos reais de atividade parece que a natureza dificilmente, um dia, nos permitirá descobrir e expor a nosso olhar. (26)

Todavia, a conceito de esquematismo implica que a ciência geométrica pode prescindir de construções espaciais. Todavia, não poderia prescindir de construções 'temporais', já que o tempo - na forma de sentido interno - é a condição necessária a toda experiência, quer externa - isto é, espacial - quer interna - isto é, no mínimo temporal e no máximo espaço-temporal. É a síntese da variedade de pura intuição *a priori* que dá o conhecimento de objetos. Essa síntese ou esse 'apreender e articular' é o resultado de procedimentos transcendentais de imaginação e, como uma função que efetua a classificação de intuições sob conceitos gerais, é a tarefa do esquematismo geral:

> ... se essa variedade deve ser conhecida, a espontaneidade de nosso pensamento exige que isso se efetue de um certo modo, apreendido e articulado. *A esse ato denomino síntese*. (27)

Isso é mais bem entendido em relação com a 'definição' kantiana de número. Pensar em um número 'em geral' é a representação de um método

... pelo qual uma multiplicidade ... pode ser representada em uma imagem, de acordo com um certo conceito. (28)

Na formulação oculta de Kant, número é

... simplesmente a unidade da síntese da variedade de uma intuição homogênea em geral. (29)

O 'movimento' da consciência produz uma sucessão indiferenciada na variedade de sentido interno: 'sintetizar' a variedade é 'apreender' e 'articular'. Número *em geral* é o produto apresentado de tal síntese. (30). Grosseiramente, um número é simplesmente um modo convencional de indicar uma determinada posição na variedade de sentido interno: números são uma 'ferramenta epistemológica sensível'(31). Devemos lembrar-nos de que os esquemas não são eles próprios imagens espaciais: são determinações *a priori* do *tempo*, de acordo com regras que possibilitam imagens (32). Isso situa a ‘ciência pura do tempo' de Kant no âmbito da filosofia transcendental. O tempo é mais geral - menos dispensável - que o espaço: a 'ciência do tempo' deve portanto ser mais fundamental que a geometria enquanto ciência do espaço. A ciência pura do tempo não é aritmética, pois essa última tem como objeto os números em ato e é insuficientemente geral. A ciência do 'número em geral', a qual, mediante sua conexão com a síntese transcendental fundamental da variedade de sentido interno, diz respeito, de um modo arbitrário, ao 'apreender' e ao 'articular' e a qual, portanto, é a condição da possibilidade tanto da aritmética quanto da geometria, é a álgebra.

A matemática não constrói apenas grandezas (*quanta*) como em geometria; também constrói grandezas como tais (*quantitas*), como em álgebra. Nisso *ela abstrai completamente* das propriedades do objeto que deve ser pensado em termos de tal conceito de grandeza. ... Tendo adotado uma notação para o conceito geral de grandezas, na medida em que interessa a suas diferentes relações, ela exibe em intuição, de acordo com certas regras universais, todas as diversas operações através das quais as grandezas são produzidas e modificadas. Assim, em álgebra, mediante uma *construção simbólica*, do mesmo modo que em geometria, através de uma construção ostensiva, conseguimos obter resultados que o conhecimento discursivo jamais poderia alcançar mediante meros conceitos. (33)

Em sua teoria da geometria, Kant parece insistir na indispensabilidade de figuras no espaço. Ainda assim, o ensinamento do esquematismo, centrando-se efetivamente na natureza fundamentalmente temporal das regras de síntese para gerar figuras no espaço, vincula a álgebra ao caráter intrinsecamente temporal da construção por meios simbólicos. A teoria de Kant sugere, indiretamente, que as construções espaciais são prescindíveis, desde que estejamos de posse de um sistema adequado de símbolos mediante o qual se possam exprimir quaisquer relações intuitivas, isto é, particulares. O método algébrico não é 'geométrico' porém é construtivo na acepção exigida, isto é, ele emprega variáveis cujos únicos valores admissíveis são *indivíduos* (34). Os conceitos expressos e exemplificados nos símbolos - especialmente os concernentes a relações de grandeza

– são apresentados em intuição: são exemplificados simbolicamente. Para Kant, a condição imprescindível à ciência geométrica não é a existência de figuras espaciais mas a construção em intuição pura, isto é, a possibilidade de considerar o universal na construção particular (35). Essa pode ser tanto uma figura estendida espacialmente como um representação algébrica das relações expressas em tal figura. Em sua carta a Schultz, Kant afirma que a 'aritmética universal', isto é, a álgebra, é uma ciência amplificante e que as partes restantes da matemática pura (*mathesis*) progridem, em grande parte, por causa da álgebra, considerada como a teoria universal das grandezas. Conforme assinalou Hintikka, a teoria kantiana do raciocínio matemático e, especialmente, a interpretação da intuição que enfatiza o seu caráter não espacial, pode identificar-se nos denominados escritos pré-críticos. Já em 1763, Kant havia distinguido o raciocínio matemático do raciocínio metafísico pelo uso que o primeiro faz de *sinais*, conhecidos individual e sensivelmente, os quais dão conhecimento concreto de conceitos gerais (36).

Seção V

Parece-me que essa interpretação de construção e de esquematismo é consistente com as notas explícitas sobre álgebra que se encontram na *Crítica da Razão Pura*. Todavia, parece que um problema sério de exegese seria colocado por algumas notas tipicamente intricadas feitas na *Crítica do Juízo*, que dizem respeito a esse tema e que sugerem uma inconsistência fundamental no uso por Kant de termos nucleares. Na seção 59 de sua *Crítica do Juízo*, Kant retrata algumas distinções entre *esquemas* e *símbolos* que não se podem facilmente conciliar com seus comentários mais detalhados sobre o uso da notação matemática feitos algures. Kant diz aí que todos os conceitos requerem 'verificação' mediante intuições. Isso é parte do que se entende pelo asserto kantiano de que são vazios pensamentos sem conteúdo e que são cegas intuições sem conceitos. Nem conceitos sem uma intuição correspondente nem a intuição sem conceitos podem produzir conhecimento (37). Conceitos empíricos são verificados por 'exemplos', conceitos puros por *esquemas*. Esse processo de verificação ou 'tradução em termos de sentido' pode ocorrer em apenas um de dois modos:

> Ou é esquemático, como quando é dada *a priori* a intuição correspondente a um conceito compreendido pelo entendimento, ou então é simbólico, como quando o conceito só pode ser pensado pela razão e a ele nenhuma intuição é adequada. No último caso, o conceito é fornecido com uma intuição tal que o procedimento de juízo ao tratar dele é meramente análogo ao que se observa no esquematismo. Em outras palavras, o que concorda com o conceito é meramente a regra desse procedimento e não a própria intuição (38).

Até aqui não há dificuldade: quando o conceito é uma idéia de razão tal que não exista, em princípio, intuição que lhe possa ser adequada, a expressão do conceito se faz mediante um símbolo. (Uma 'idéia de razão' é um conceito que nem é abstraído nem é aplicável à experiência sensível: ele 'transcende a possibilidade de experiência' (39).) A relação entre um símbolo e seu conceito é meramente análoga ao modo pelo qual um esquema se refere a seu conceito. Para Kant, tanto os modos esquemáticos quanto os simbólicos são modos intuitivos de representação: a diferença reside em que os primeiros 'apresentam' diretamente o conceito através de demonstração enquanto os últimos são meramente 'apresentações' indiretas do conceito mediante analogia. Essa interpretação de simbolismo é o que seria de esperar diante da insistência da filosofia crítica no caráter *transcendente* de certos conceitos da razão. É claro que a tais conceitos somente poderia ser atribuído significado intuitivo - e portanto *imanente* - através de analogias de algum tipo. Contudo, logo após, Kant identifica tanto o esquematismo quanto o simbolismo como 'hipotiposes', isto é, como apresentações (*Darstellungen*, *exhibitiones*) e *não como meros signos* (*Charakterismen*). Signos são

> meramente designações de conceitos com a ajuda de sinais sensíveis associados, *destituídos de qualquer conexão intrínseca com a intuição do objeto*. Sua única função é propiciar um meio de se revocarem os conceitos segundo a lei associativa da imaginação - uma função puramente subjetiva. *Tais signos são ou palavras ou sinais visíveis (algébricos ou mesmo miméticos)*, simplesmente como expressões de conceitos. (40)

Isso apresenta um problema sério: aqui Kant está identificando símbolos algébricos como signos meramente convencionais, cuja finalidade é revocar conceitos mediante simples associação. Antes, sugeri que expressões algébricas apresentassem diretamente em intuição relações de grandezas como tais, de modo que pudessem ser articuladas às regras de síntese descritas como esquematismo. Porém aqui Kant parece colocar a notação algébrica no âmbito de seu conceito mais amplo de simbolismo ao invés de situá-la no âmbito de um conceito mais amplo de esquematismo. A relação entre um símbolo algébrico e um conceito numérico deve ser direta e é perfeitamente diferente da relação que um *modelo* ou uma *analogia* guarda com aquele conceito de razão para o qual é um modelo ou uma analogia. A conexão entre um símbolo enquanto analogia e o seu conceito é mais livre que a conexão entre os esquemas e os seus conceitos. Uma coisa pode ser usada como um símbolo para outra, em virtude da similaridade na 'estrutura de reflexão', nos dois casos:

> Dessa forma, um estado monárquico é representado como um corpo vivo, quando é governado segundo leis constitucionais, porém somente como uma mera máquina (como uma moenda manual), quando é governado pela vontade absoluta de um indivíduo; porém, em ambos os casos, a representação é meramente *simbólica*. Pois certamente não existe semelhança entre um estado despótico e uma moenda manual, ao passo que seguramente existe tal semelhança entre as regras de reflexão sobre ambos e sua causalidade ... Na linguagem, temos muitas dessas apresentações indiretas modeladas sobre uma analogia que permite à expressão vertente conter, não o esquema adequado ao conceitos, mas meramente um símbolo para reflexão. (41)

Assim, símbolos enquanto analogias podem exprimir conceitos para os quais o emprego direto de uma 'intuição' é impraticável. Na *Crítica do Juízo*, a idéia de representação mediante analogia é usada como designação central de simbolismo por Kant e, embora essa idéia em si mesma seja bastante clara, o simbolismo algébrico não se deve encontrar ao seu alcance.

Uma explicação dessa confusão talvez seja a preocupação, na *Crítica do Juízo*, com o denominado juízo *reflexivo*, em oposição ao juízo determinante. Sendo dado o 'universal' - na forma de uma regra, de um princípio ou de uma lei - é determinante o juízo que subordina a ele o particular: se, por outro lado, somente o particular for dado, então o juízo reflexivo procura encontrar um universal para ele. O juízo determinante - a subordinação de particulares a regras - opera

> ... mesmo onde tal julgamento seja transcendental e, como tal, forneça as condições *a priori* em conformidade apenas com as quais se pode efetuar a subordinação àquele universal. (42)

Assim, ao contrário dos julgamentos *transcendentes* - nos quais idéias de razão podem apenas ser representadas por meio de *analogias* - os julgamentos *transcendentais* - nos quais estão envolvidas condições *a priori* de conhecimento - se podem tornar determinados por meio de esquemas. Logo, já que regras de síntese de imaginação *a priori* são pressupostas em toda construção de objetos matemáticos, tais objetos devem apresentar seus conceitos e torná-los *determinados*, de uma forma inteiramente diferente do juízo reflexivo mediante 'símbolos' o qual, como diz Kant, é representação por 'mera analogia'. A teoria geral kantiana da construção matemática aplaca contra qualquer consideração de notação algébrica como meros signos, ainda que tal notação seja 'convencional'. Esses símbolos são importantes como dispositivos práticos, ainda que o locus *a priori* da construção matemática seja o procedimento da síntese imaginativa (43).

Referências

(1) Veja-se, por exemplo, Gordon Brittan, *Kant's theory of science* (Princeton University Press, 1978), chap. 3, p. 68.

(2) Cf. C. D. Broad, *Kant: An introduction* (Cambridge University Press, Cambridge, 1978), p. 69.

(3) Cf. G. Brittan, *op. cit.*, p. 43 et seq. e p. 68.

(4) Kant, *Critique of pure reason*, trad. de N. Kemp Smith (Macmillan, 1973), B268.

(5) As várias interpretações da filosofia da matemática de Kant por Hintikka enfatizam o caráter 'sintético' da idéia de 'exibir em intuição' e associam essa noção em Kant aos *Elementos* de Euclides. No que se segue, será óbvio o meu débito para com Hintikka; e acredito que meu entendimento da teoria da álgebra exposta em Kant se harmoniza com a posição geral de Hintikka. Veja-se J. HINTIKKA, 'Kant on the Mathematical Method', *The Monist* **51** (1967), 352-375;

'Kant's "New Method of Thought" and Theory of Mathematics', *Ajatus* **27** (1965), 37-47; 'Kant's Notion on Intuition', *The First Critique*, T. Penelhum and J. H. MacIntosh (eds) (Belmont, 1969), pp. 38-53.

(6) A240/B299.

(7) J. Hinikka, 'Kant on the mathematical method', *The Monist* **51** (1967), 359.

(8) A598/B626

(9) A716/B744. Sendo isso estabelecido, Kant acredita haver justificado sua teoria do espaço como uma intuição *a priori*. O desígnio da exposição transcendental consiste em mostrar que, somente admitindo essa concepção característica do espaco, podemos entender a possibilidade da geometria como um corpo de proposições sintéticas, válidas *a priori*.

(10) A714/B742, a ênfase é minha.

(11) A240/B299.

(12) A132 - 133/B171 - 172.

(13) Uma propriedade única de figuras no espaço euclidiano. Em 'espaços' não euclidianos de curvatura variável —— por exemplo, o espaço de Lobachevski —— pode não ser possível construirem-se triângulos semelhantes de grandezas distintas. No espaço euclidiano homogêneo, isso sempre é possível.

(14) Esse problema nos lembra claramente a contenda de Berkeley contra 'idéias gerais abstratas'. Cf. Gerd Buchdahl, *Metaphysics and the Philosophy of Science* (Blackwell, 1969), p. 285. 'Quando um geômetra se apresenta "discutindo sobre um triângulo desenhado no quadro", ele não está extraindo conclusões de um triângulo particular; porém tampouco ele está "realmente pensando" em algum “triângulo universal abstrato". Ele está antes discutindo sobre as propriedades desse triângulo que são compartilhadas por todos os triângulos envolvidos na demonstração, isto é, por todos os triângulos que gozam das propriedades citadas nas definições, nos postulados e nos axiomas.'

(15) G. Buchdahl, *op. cit.*, p. 556, especialmente a nota 1.

(16) A78/B103, a ênfase de Kemp Smith: aqui a linguagem nos lembra o esquematismo: *cf*. A141/B181.

(17) A141/B181.

(18) B154 - 155, a ênfase é minha.

(19) G. Buchdahl, *op. cit.*, p. 642.

(20) B155 e nota; também A163/B204.

(21) B150.

(22) A141/B180.

(23) A142/B181; aqui modifiquei a tradução de Kemp Smith.

(24) O processo ativo e interpretativo de 'ver um aspecto' exige imaginação, em uma acepção kantiana. Wittgenstein confirma a visão de Kant, ao concluir que o conceito de 'ver um aspecto é afim ao conceito de (formar) uma imagem.' *Philosophical Investigations* (Oxford, 1953), p. 213. A idéia geral também se pode encontrar em E. Cassirer, *A Filosofia das Formas Simbólicas*, Vol. 3 (Yale University Press, 1957), p. 200.

(25) A714/B742, a ênfase é minha.

(26) A141/B181; *cf.* também B103.

(27) A77/B102, a ênfase é minha.

(28) A140/B179.

(29) A143/B182.

(30) A103.

(31) Kant, *Selected Pre-critical Writings*, tradução de G. Kerferd e D. Walford (Manchester University Press, 1968): 'Enquiry concerning the Clarity of the Principles of Natural Theology and Ethics' [inquisição acerca da clareza dos princípios da teologia natural e da ética], 1763.

(32) A145/B185.

(33) A717/B745, a ênfase é minha.

(34) Hintikka, 'Kant on the mathematical method' etc., p. 359. *Cf.* também Kant, A159 - 160/B198 - 199.

(35) *Cf.* nota 14 e Brittan, *op. cit.*, p. 53 e seguintes.

(36) Kant, 'Enquiry etc.', p. 13 e 24; também *Philosophical Correspondence*, editada e traduzida por A. Zweig (University of Chicago Press, 1967), p. 129.

(37) A51/B75.

(38) *Crítica do Juízo*, tradução de James Creed Meredith (Oxford, 1957), seção 59, p. 221.

(39) A320/B377.

(40) *Crítica do Juízo*, loc. cit., a ênfase é minha.

(41) *Crítica do Juízo*, p. 223.

(42) *Crítica do Juízo*, p. 18.

(43) *Cf.* A. Heyting, Constructivity in Mathematics, *Proceedings of Colloquium* (Amsterdam, 1957; North Holland, 1959), p. 70.

Título original:

Construction and the role of schematism in Kant's philosophy of mathematics
Stud. Hist. Phil. Sci, vol. 12, n. 1 (**1981**), p. 33-46. (Pergamon Press Ltd.)